Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BP Aluminium, veuillez visiter :
bpaluminium.fr/annales-sujets-et-corriges

Étude mathématiques et scientifique

Session 2016 • Code sujet : **Non indiqué dans cette édition** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Étude de la superficie du vitrage en fonction de h (3 questions) **Page 3**

2. Étude de la superficie de la fenêtre en fonction de h (4 questions) **Page 5**

3. Divers calculs pour finaliser le dossier (3 questions) **Page 8**

4. Choix du vitrage et calcul de sa résistance thermique (4 questions) **Page 10**

5. Nombre de personnes nécessaires au transport de la vitre (1 question) **Page 12**

6. Choix du moteur et du disjoncteur (4 questions) **Page 13**

7. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 16**

Sujet officiel (PDF) : https://bpaluminium.fr/assets/annales/bp-aluminium/U40 - Études Mathématique et scientifique/2016/BP Aluminium - U40 - Études Mathématique et scientifique - Session 2016 - 1-Sujet.pdf

1. Étude de la superficie du vitrage en fonction de h

Monsieur Martin veut équiper ses combles d'une fenêtre offrant une superficie maximale, et le charpentier attend des propositions de dimensions. Les schémas de la charpente et de la fenêtre servent à exprimer les distances A et B, puis la superficie S, en fonction de h.

Question 1.1. À partir du schéma, déterminer la distance A en fonction de h.

La largeur totale à la base est de 8 m. De chaque côté, pour passer de la base au bord du segment supérieur, le schéma indique un décalage horizontal de h jusqu'au montant, puis un autre décalage de h le long du pan incliné. Ce second décalage vaut h car le pan est incliné à 45° et la différence de hauteur est h.

Élément	Largeur
Largeur totale	8 m
Retrait à gauche	h + h
Retrait à droite	h + h
Segment supérieur A	8 − 4h

On retranche les deux retraits latéraux de la largeur totale.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour une hauteur h exprimée en mètres, la largeur supérieure est A(h) = 8 − 4h mètres.

Question 1.2. À partir du schéma, déterminer la distance B en fonction de h.

1. La largeur totale à la base vaut 8 m.
2. Le schéma montre que la largeur B commence après un retrait horizontal de h à gauche et se termine avant un retrait de h à droite.
3. La largeur restante est donc obtenue en retranchant ces deux retraits : B = 8 − h − h = 8 − 2h.

Les longueurs étant exprimées en mètres, cette expression donne B en mètres, pour h également mesuré en mètres.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour une hauteur h exprimée en mètres, la largeur de base est B(h) = 8 − 2h mètres.

Question 1.3. Déterminer la superficie S du vitrage en fonction de h.

Le vitrage est composé d'un rectangle inférieur de largeur B et de hauteur h, surmonté d'un trapèze de hauteur h et de bases B et A. On additionne leurs aires : l'aire du rectangle vaut Bh et celle du trapèze vaut $\frac{(A+B)h}{2}$.

En utilisant les expressions obtenues pour A et B :

$$S(h) = (8-2h)h + \frac{((8-4h)+(8-2h))h}{2} = 8h - 2h^2 + 8h - 3h^2 = 16h - 5h^2.$$

Avec h en mètres, S s'exprime en mètres carrés.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Pour une hauteur h exprimée en mètres, la superficie du vitrage est S(h) = 16h − 5h² mètres carrés.

2. Étude de la superficie de la fenêtre en fonction de h

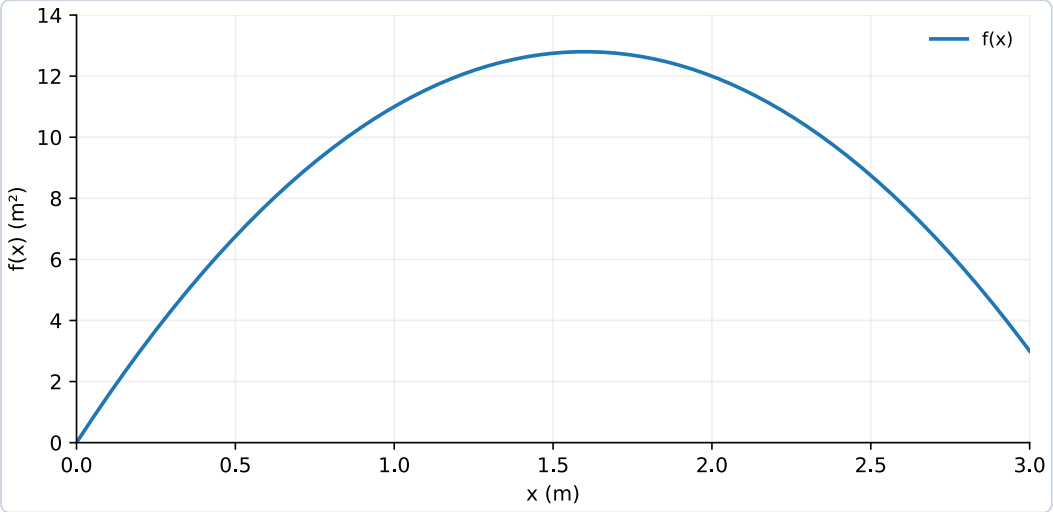
La superficie de la fenêtre est modélisée par S = -5h² + 16h, et l'étude porte sur la fonction f(x) = -5x² + 16x définie sur [0 ; 4]. Le tableau et le graphique permettent d'étudier son maximum et d'en déduire la hauteur optimale des pans latéraux.

Question 2.1. Compléter le tableau de valeurs de f(x), puis représenter graphiquement la fonction dans le repère fourni.

On calcule les images avec $f(x) = -5x^2 + 16x$. Par exemple, pour $x = 0,5$: $-5 \times 0,5^2 + 16 \times 0,5 = 6,75$. On place ensuite les points du tableau dans le repère et on les relie par une parabole tournée vers le bas. Ici, x correspond à la hauteur en mètres et $f(x)$ à la superficie en mètres carrés.

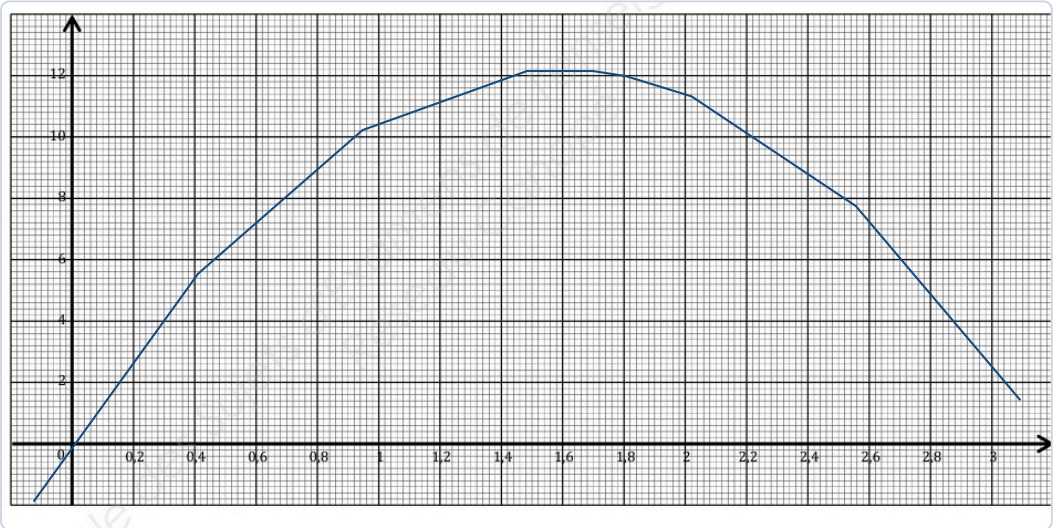
x	0	0,5	1	1,5	1,7	1,8	2	2,5	3
f(x)	0	6,75	11	12,75	12,75	12,6	12	8,75	3

Superficie de la fenêtre



Courbe de f sur l'intervalle représenté dans le repère du sujet.

Courbe tracée dans le repère du sujet



✓ RÉPONSE À RETENIR

Images : 0 ; 6,75 ; 11 ; 12,75 ; 12,75 ; 12,6 ; 12 ; 8,75 ; 3. Tracer la parabole tournée vers le bas.

Question 2.2. **Déterminer graphiquement l'abscisse du maximum de f, en tenant compte de la formule donnée pour l'abscisse du sommet d'une fonction du second degré.**

La lecture du sommet sur la courbe donne une abscisse proche de $1,6$. Pour la fonction du second degré, l'abscisse du sommet est $x_M = -\frac{b}{2a}$. Avec $a = -5$ et $b = 16$, on obtient $x_M = -\frac{16}{2\times(-5)} = 1,6$. Le calcul confirme la lecture graphique.

Réponse à la question 2.2

2.2. Déterminer graphiquement la valeur de l'abscisse du maximum M sachant que le maximum M d'une fonction du type $f(x) = ax^2 + bx + c$ a pour valeur $M = \frac{-b}{2a}$

xM = 1,6

.....

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Abscisse du maximum : $x_M = 1,6$.

Question 2.3. **Comparer les deux valeurs obtenues et justifier le choix de la méthode à retenir.**

La lecture du graphique donne une valeur approchée, tandis que la formule fournit la valeur calculée. On compare les deux résultats pour choisir la méthode la plus précise.

Méthode	Abscisse du maximum	Précision
Lecture graphique	Environ 1,6	Approchée
Calcul avec la formule	1,6	Exacte

Les valeurs concordent. On retient le calcul, plus précis que la lecture sur le repère, et le graphique confirme le résultat.

Comparaison des méthodes

2.3. Comparer les deux valeurs obtenues et justifier le choix de la méthode à retenir

Graphique ≈ 1,6 ; calcul = 1,6

.....

.....

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Les deux méthodes donnent 1,6 ; retenir le calcul, plus précis.

Question 2.4. Déduire des questions précédentes la hauteur des pans latéraux qui permet d'obtenir la plus grande superficie de fenêtre.

1. Le maximum de la fonction est atteint pour l'abscisse $x_M = 1,6$, d'après les questions précédentes.
2. Dans le modèle, cette abscisse représente la hauteur h des pans latéraux.
3. On choisit donc $h = 1,6\ \text{m}$ pour obtenir la plus grande superficie de fenêtre sur l'intervalle étudié.

Réponse à la question 2.4

2.4. La fonction *f* modélise la superficie de la fenêtre en fonction de la hauteur des pans latéraux. Déduire des questions précédentes, la hauteur des pans latéraux qui permet d'obtenir la superficie de la fenêtre la plus grande possible

h = 1,6 m

.....

.....

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Hauteur optimale des pans latéraux : $h = 1,6\ \text{m}$.

3. Divers calculs pour finaliser le dossier

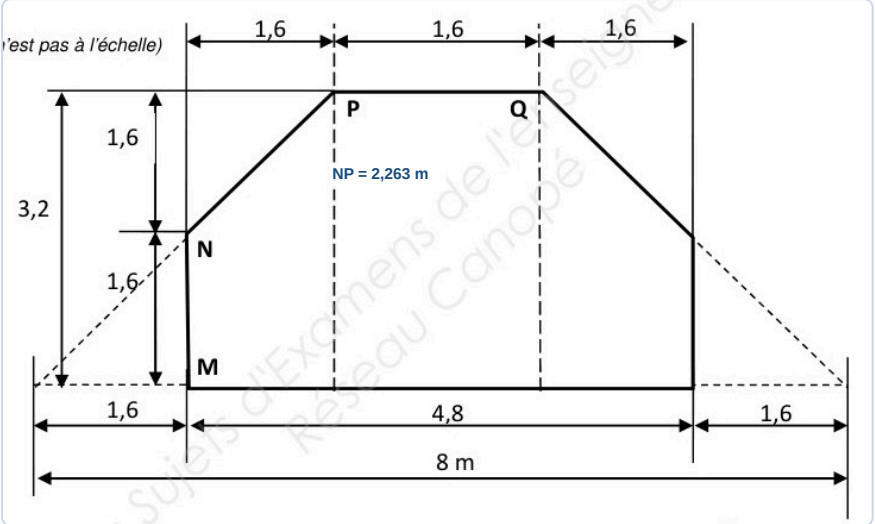
Un schéma coté de la fenêtre indique les points M, N, P et Q ainsi que des longueurs en mètres. Il sert à déterminer une longueur et les mesures de deux angles.

Question 3.1. Déterminer la longueur NP en mètres et arrondir le résultat à 10^{-3}.

Élément du triangle rectangle	Mesure
Décalage horizontal de N à P	1,6 m
Décalage vertical de N à P	1,6 m

D'après le théorème de Pythagore, le carré de l'hypoténuse NP est la somme des carrés des deux côtés perpendiculaires : $NP^2 = 1{,}6^2 + 1{,}6^2 = 5{,}12$ m². Donc NP = √5,12 = 2,2627… m. Arrondie au millième, la longueur est 2,263 m.

Longueur NP

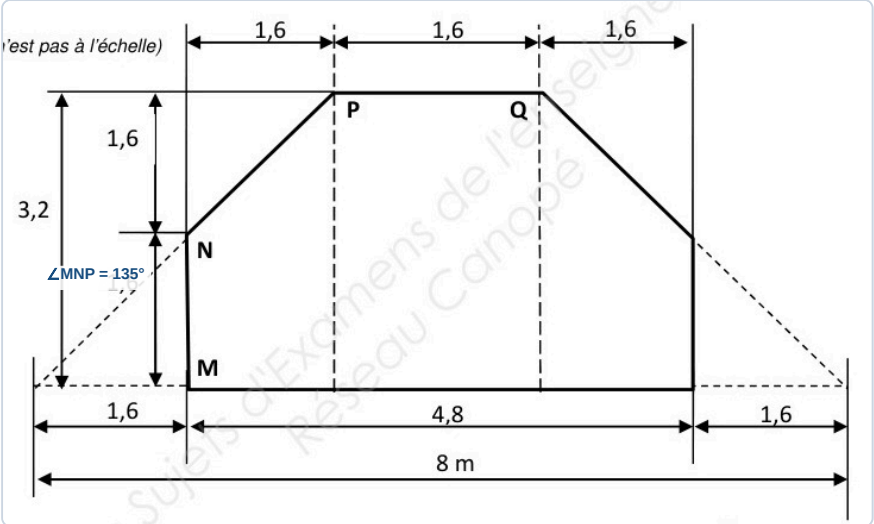


> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> NP = 2,263 m

Question 3.2. Calculer la mesure de l'angle MNP.

Sur le schéma, MN est vertical et NP monte de 1,6 m tout en se décalant de 1,6 m vers la droite. Le triangle MNP est donc rectangle isocèle en M, et son angle aigu en N vaut 45°. L'angle MNP est formé par NM, dirigé vers le bas, et NP : il est supplémentaire de 45°. Ainsi, ∠MNP = 180° − 45° = 135°.

Angle MNP



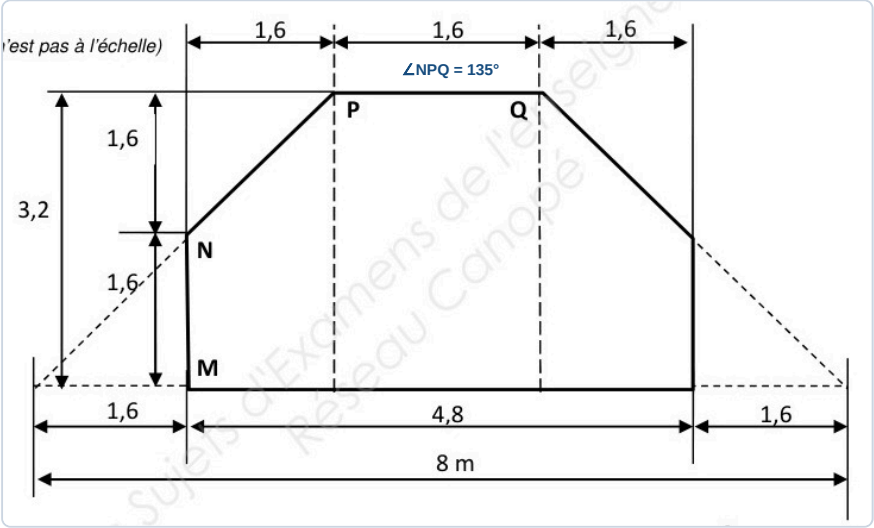
✓ **RÉPONSE À RETENIR**

∠MNP = 135°

Question 3.3. **Donner la mesure de l'angle NPQ.**

PQ est horizontal. De P vers N, le segment NP se déplace de 1,6 m vers la gauche et de 1,6 m vers le bas : il forme donc un angle de 45° avec l'horizontale. À P, l'angle NPQ est mesuré entre PN, dirigé vers le bas et la gauche, et PQ, dirigé vers la droite. Il est supplémentaire de 45° : ∠NPQ = 180° − 45° = 135°.

Angle NPQ



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

∠NPQ = 135°

4. Choix du vitrage et calcul de sa résistance thermique

Le projet retient un vitrage 4(16)4 pour un cabanon et demande d'évaluer sa résistance thermique. Les résistances des deux vitres et de la lame d'air doivent être calculées, additionnées, puis comparées à celle du bois du chalet.

Calcul de la résistance thermique du vitrage

Question 4.1.1. Calculer la résistance thermique des vitres extérieure et intérieure.

Le vitrage 4(16)4 comporte deux vitres de 4 mm. Conversion : $4\,\text{mm} = 0,004\,\text{m}$. Avec $R = e/\lambda$ et la conductivité du verre $\lambda_{verre} = 1,2\,\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, pour chacune : $R = 0,004/1,2 = 0,00333\,\text{m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$, arrondi au cent-millième. Les vitres extérieure et intérieure ont la même résistance, puisqu'elles ont la même épaisseur et sont du même matériau.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Résistance de chaque vitre : **0,00333 m²·K·W⁻¹**.

Question 4.1.2. Calculer la résistance thermique de la lame d'air.

La lame d'air du vitrage 4(16)4 mesure 16 mm, soit $0,016\,\text{m}$. La conductivité thermique de l'air donnée est $\lambda_{air} = 0,0262\,\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Avec la formule $R = e/\lambda$, on obtient $R = 0,016/0,0262 = 0,610687\ldots\,\text{m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$. Arrondie au millième, la résistance thermique de la lame d'air est $0,611\,\text{m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Résistance thermique de la lame d'air : **0,611 m²·K·W⁻¹**.

Question 4.1.3. Calculer la résistance thermique totale du vitrage.

Le sujet précise que les résistances thermiques des couches d'un vitrage s'additionnent. On additionne donc les résistances des deux vitres et celle de la lame d'air : $R_{total} = 0,004/1,2 + 0,016/0,0262 + 0,004/1,2 = 0,617353\ldots\,\text{m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$. Arrondie au millième, la résistance thermique totale du vitrage 4(16)4 vaut $0,617\,\text{m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Résistance thermique totale du vitrage 4(16)4 : **0,617 m²·K·W⁻¹**.

Question 4.1.4. Expliquer l'affirmation du responsable selon laquelle, compte tenu de la résistance thermique du bois donnée dans le sujet, le froid ne rentrera pas par le vitrage.

La résistance thermique calculée du vitrage est $0,617\,\mathrm{m^2\cdotp K\cdotp W^{-1}}$, supérieure à celle du bois, indiquée à $0,51\,\mathrm{m^2\cdotp K\cdotp W^{-1}}$. Une résistance thermique plus élevée freine davantage les transferts de chaleur. Dans le cadre de cette comparaison, le vitrage isole donc mieux que le bois, ce qui explique l'affirmation du responsable. Cette comparaison ne signifie toutefois pas qu'aucun transfert thermique ne peut se produire.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le vitrage (R ≈ 0,617 m²·K·W⁻¹) isole mieux que le bois (R = 0,51 m²·K·W⁻¹).

5. Nombre de personnes nécessaires au transport de la vitre

Il faut transporter une fenêtre 4(16)4 mesurant 2,7 m sur 2,3 m, avec le volet intégré dont la masse est donnée. Le sujet fournit également la masse surfacique du vitrage, la charge maximale par personne et l'intensité de la pesanteur.

Question 5.1. À l'aide des données sur les dimensions, la masse du vitrage et du volet, déterminer le nombre de personnes nécessaires au transport.

La surface de la fenêtre est $2{,}7 \times 2{,}3 = 6{,}21\ \mathrm{m^2}$. Le vitrage de $20\ \mathrm{kg/m^2}$ a une masse de $6{,}21 \times 20 = 124{,}2\ \mathrm{kg}$. Avec le volet de $45\ \mathrm{kg}$, la masse totale vaut $169{,}2\ \mathrm{kg}$, soit un poids de $169{,}2 \times 9{,}81 = 1\,659{,}852\ \mathrm{N}$. En divisant par la charge maximale de $500\ \mathrm{N}$ par personne, on obtient $3{,}32$. Il faut arrondir à l'entier supérieur.

Réponse à la question 5.1

4 personnes

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

4 personnes sont nécessaires.

6. Choix du moteur et du disjoncteur

Une gamme de moteurs fournit les couples, les tensions et les puissances absorbées, tandis que le sujet donne le poids du volet et la distance à l'axe. Les questions portent sur le couple requis, le choix du moteur, le calcul de l'intensité et le choix des disjoncteurs utilisables.

Choix du couple

Question 6.1. Calculer le couple le plus approprié à partir du poids du volet et de la distance entre l'axe et le point d'application de la force.

La figure indique un diamètre de 63 mm pour le tube. La distance entre l'axe et le point d'application de la force est son rayon : **d = 63 ÷ 2 = 31,5 mm = 0,0315 m**. Le moment du couple est le produit de la force par cette distance : **M = 441,5 × 0,0315 = 13,90725 Nm**. Arrondi au centième, le couple nécessaire est 13,91 Nm.

Couple nécessaire

6.1. Choix du couple. Calculer le couple (Nm) le plus approprié.

.....

.....

.....

M = 13,91 Nm .....

Données :

Poids du volet : 441.5 N

Moment du couple $\overrightarrow{M_\Delta} = \vec{F} \times d$ avec $\overrightarrow{M_\Delta}$: Moment du couple en Nm
$\vec{F}$: Force en N
d : distance entre l'axe Δ et le point d'application de la force.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Couple nécessaire : **13,91 Nm**.

Question 6.2. À partir du couple calculé et de la gamme proposée, déduire le moteur le plus approprié.

Le moteur doit fournir un couple au moins égal à **13,91 Nm**. On compare ce besoin aux couples indiqués dans la gamme :

Moteur	Couple	Choix
JET	10 Nm	Insuffisant
METEOR	20 Nm	Adapté

Le JET ne suffit pas. Le METEOR est le moteur de plus petit couple disponible qui dépasse le couple nécessaire.

Moteur retenu

NE RIEN ECRIRE DANS CETTE PARTIE

6.2. Choix du couple. En déduire le moteur le plus approprié.

.....

.....

.....

METEOR : 20 Nm

6.3. Choix du disjoncteur :

6.3.1. Calculer l'intensité consommée par le moteur.

Dans la suite de l'exercice nous prendrons le moteur METEOR pour plus de marge et pour compenser les forces de frottements.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Moteur à retenir : **METEOR, 20 Nm**.

Choix du disjoncteur

Question 6.3.1. Pour le moteur METEOR retenu dans la suite, calculer l'intensité absorbée à partir de sa puissance, de sa tension et de la valeur de cos φ fournie.

Pour le METEOR, la gamme indique une puissance absorbée de 160 W et une tension de 230 V. La relation donnée est **P = U × I × cos φ**, donc **I = P ÷ (U × cos φ)**. En remplaçant par les valeurs du sujet : **I = 160 ÷ (230 × 0,93) ≈ 0,748 A**. Arrondie au centième, l'intensité absorbée est de 0,75 A.

Intensité absorbée

.....

.....

.....

I ≈ 0,75 A

Donnée : $P = UI\cos\varphi$

6.4. Choix du disjoncteur : le ou lesquels des disjoncteurs ci-dessous sont utilisables. Cocher la ou les cases des intensités retenues.

2 A ☐ 10A ☐ 16A ☐



✓ RÉPONSE À RETENIR

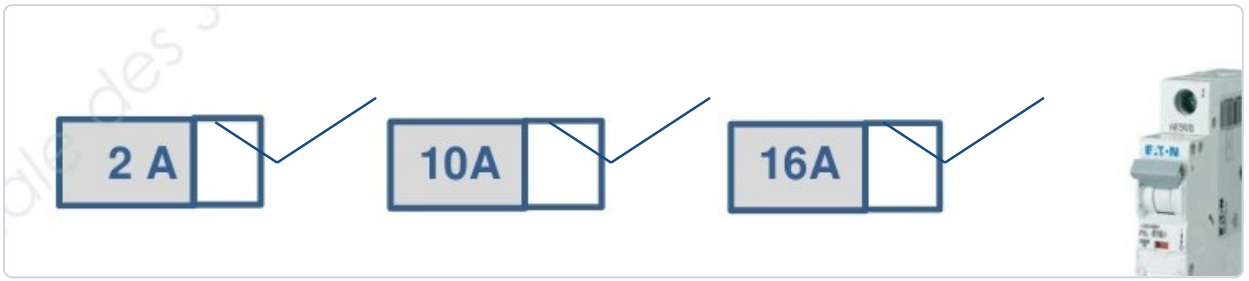
Intensité absorbée : **0,75 A**.

Question 6.4. Parmi les disjoncteurs proposés, cocher celui ou ceux qui sont utilisables au regard de l'intensité calculée.

L'intensité calculée est d'environ **0,75 A**. Les trois calibres proposés, 2 A, 10 A et 16 A, sont supérieurs à cette intensité : ils peuvent donc convenir au regard de la seule intensité nominale calculée. Parmi eux, le calibre **2 A** est le plus proche et le mieux adapté pour éviter un surcalibrage.

- À cocher : **2 A, 10 A et 16 A**.
- Calibre le plus adapté : **2 A**.

Calibres utilisables cochés



✓ RÉPONSE À RETENIR

Calibres utilisables : **2 A, 10 A et 16 A**. Le plus adapté : **2 A**.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2016)

Bilan de l'épreuve : L'épreuve E4 du BP Menuisier aluminium-verre, session 2016, dure 2 heures et a un coefficient 2 ; le code n'est pas renseigné. Elle étudie une fenêtre de combles et l'équipement d'un cabanon. Les six parties évaluent les surfaces et fonctions du second degré, la géométrie, l'isolation thermique, la manutention et le dimensionnement d'un moteur et de son disjoncteur.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour $f(x) = ax^2 + bx + c$, l'abscisse du sommet est $-b/(2a)$.
- La résistance thermique d'une couche homogène se calcule par $R = e/\lambda$, avec e exprimée en mètres.
- Pour le vitrage étudié, les résistances thermiques des différentes couches s'additionnent.
- La puissance active d'un moteur vérifie $P = UI \cos \varphi$, selon la relation fournie dans le sujet.

Points de vigilance & attentes du jury

- Convertir les épaisseurs en mètres avant d'appliquer $R = e/\lambda$.
- Distinguer l'abscisse du sommet de la valeur maximale de la fonction, et comparer lecture graphique et calcul.
- Pour le transport, prendre en compte la masse du vitrage et celle du volet, puis arrondir le nombre de personnes à l'entier supérieur.
- Justifier les choix du moteur et du disjoncteur à partir des valeurs calculées et des caractéristiques de la gamme.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment trouver l'abscisse du maximum de la superficie ?

Pour $f(x) = ax^2 + bx + c$, l'abscisse du sommet est $-b/(2a)$. On peut aussi la lire sur le graphique et comparer les deux résultats. La formule donne une valeur calculée, tandis que la lecture graphique dépend de la précision du tracé.

Q : Comment calculer la résistance thermique du double vitrage ?

Pour chaque couche, appliquer $R = e/\lambda$ avec l'épaisseur en mètres et la conductivité correspondante. Calculer séparément les résistances des deux vitres et de la lame d'air, puis les additionner comme le précise le sujet.

Q : Comment répartir le temps pendant cette épreuve de deux heures ?

Le sujet comporte six parties indépendantes, et les points sont indiqués pour chacune. Utilisez cette répartition pour organiser le temps, sans négliger la vérification des unités, des arrondis, des tracés et des réponses finales.

Q : Qu'attend le jury pour les calculs et les choix techniques ?

Présentez la formule, les données substituées et les unités, puis formulez une conclusion adaptée à la question. Pour le moteur et le disjoncteur, appuyez le choix sur les résultats obtenus et les caractéristiques présentées dans le sujet.

Sujet officiel associé (PDF) : https://bpaluminium.fr/assets/annales/bp-aluminium/U40 - Études Mathématique et scientifique/2016/BP Aluminium - U40 - Études Mathématique et scientifique - Session 2016 - 1-Sujet.pdf
Ressources BP Aluminium : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.